ТЕПЛОФИЗИКА

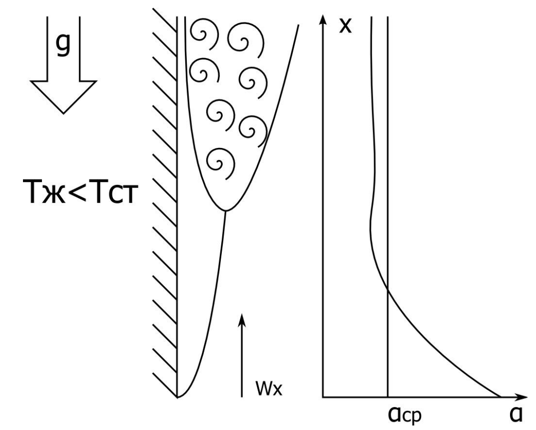
Лекция №11

План лекции:
1. Теплоотдача при свободном движении жидкости в большом объёме
2. Теплоотдача при свободном движении жидкости в ограниченном пространстве
3. Вынужденное движение жидкости (газа). Понятие пограничного слоя.

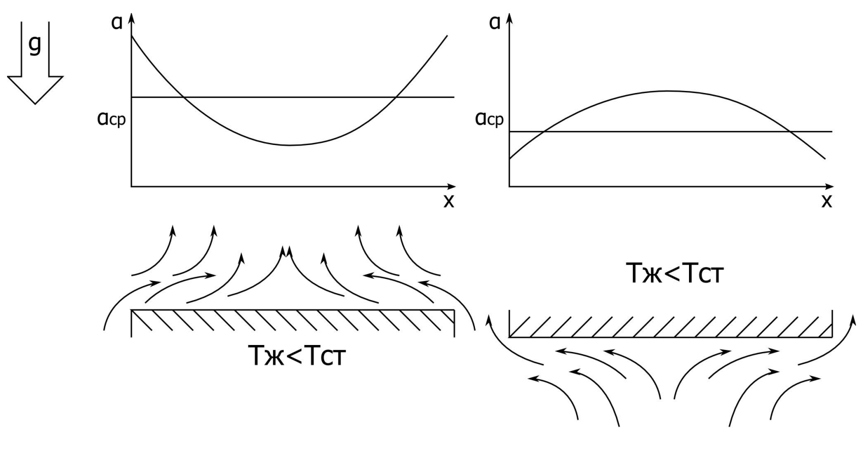
1. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В БОЛЬШОМ ОБЪЁМЕ

В гравитационном поле массовых сил свободное движение возникает в результате различной плотности холодных и горячих объемов теплоносителя. Нагреваемые от стенки объемы теплоносителя всплывают, а охлаждаемые опускаются.

Характер движения теплоносителя около стенки зависит от формы поверхности, ее положения в пространстве и направления теплового потока. На рисунке показана картина движения теплоносителя около нагретой вертикальной стенки.



Движение теплоносителя вдоль нагретой вертикальной стенки в нижней части имеет ламинарный характер, выше - переходный, а затем - турбулентный. В случае холодной стенки теплоноситель перемещается сверху вниз, и характер течения изменяется в той же последовательности. Режим течения определяется главным образом перепадом температур между стенкой и теплоносителем, с увеличением которого сокращается длина участка, занятого ламинарным потоком, и увеличивается зона с турбулентным режимом течения. На участке с ламинарным режимом течения коэффициент теплоотдачи уменьшается в соответствии с увеличением толщины ламинарного пограничного слоя теплоносителя. В зоне с турбулентным режимом течения коэффициент теплоотдачи имеет практически одинаковое значение для всей поверхности.



Характер движения теплоносителя около плоских горизонтальных поверхностей зависит от их расположения и направления теплового потока.

При движении горячего потока к холодной поверхности сверху и при движении холодного потока к горячей поверхности снизу **поверхность стесняет движение теплоносителя**, и потому теплообмен протекает менее интенсивно, чем в случаях не стеснённого движения.

Анализ многочисленных экспериментальных исследований теплоотдачи при свободном движении теплоносителя в неограниченном пространстве показал, что для средних коэффициентов теплоотдачи можно записать уравнение подобия, которое справедливо для различных форм поверхности теплообмена:

$$\boxed{Nu_{ср} = \frac{\alpha_{ср} X}{\lambda_{ж}} = c\left(Gr \cdot Pr\right)^{n}} \qquad (1)$$

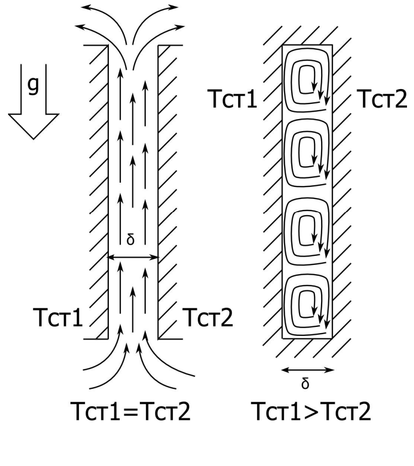
Значения величин c и n в этом уравнении зависят от произведения чисел $Gr \cdot Pr = Ra$ - это произведение часто называют **числом Релея**:

$Gr \cdot Pr$	c	n
$10^{-3}...5 \cdot 10^{2}$	1.18	$\frac{1}{8}$
$5 \cdot 10^{2}...2 \cdot 10^{7}$	0.54	$\frac{1}{4}$
$2 \cdot 10^{7}...10^{13}$	0.135	$\frac{1}{3}$

За определяющую температуру здесь принята **средняя температура пристенного слоя жидкости**. Определяющий размер зависит от формы и расположения поверхности теплообмена: для труб и шаров за определяющий размер X следует принимать их **диаметр**, для вертикальных поверхностей - их **высоту**, для горизонтальных плоских поверхностей - **наименьший горизонтальный размер**.

Теплоотдача плоских поверхностей, которые составляют с вертикалью угол φ, также может быть оценена с помощью уравнения (1) путем введения в него поправки, зависящей от угла φ. Коэффициент теплоотдачи наклонной поверхности определяется как коэффициент теплоотдачи вертикальной поверхности, умноженный на поправочный множитель $\cos(\varphi)^{-0.25}$ для поверхностей, обращенных вверх, и $\cos(\varphi)^{0.25}$ для поверхностей, обращенных вниз.

2. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ



Характер свободного движения теплоносителя в ограниченном пространстве зависит от формы и взаимного расположения поверхностей, образующих прослойку, а также от расстояния между ними.

На рисунке рассмотрены два случая теплоотдачи при свободном движении теплоносителя в ограниченном пространстве: теплоотдача в замкнутой прослойке и теплоотдача в открытом зазоре при одинаковой температуре стенок, образующих зазор.

При теплоотдаче в замкнутом пространстве перенос теплоты осуществляется одним и тем же теплоносителем, который циркулирует между горячей и холодной стенками, образуя замкнутые контуры. В этом случае трудно отделить теплоотдачу около охлаждаемой и нагреваемой поверхностей. Поэтому процесс теплообмена в замкнутой прослойке оценивают в целом, определяя плотность теплового потока формулой теплопроводности:

$$q = \frac{\lambda_{экв}}{\delta}\left(T_{ст1} - T_{ст2}\right), \tag{2}$$

где: $\lambda_{экв}$ - эквивалентный коэффициент теплопроводности, δ - толщина прослойки.

Эквивалентный коэффициент теплопроводности учитывает интенсивность циркуляции в прослойке и определяется через коэффициент теплопроводности теплоносителя формулой:

$$\lambda_{экв} = \varepsilon_K \lambda = c\left(Gr \cdot Pr\right)^n \lambda \tag{3}$$

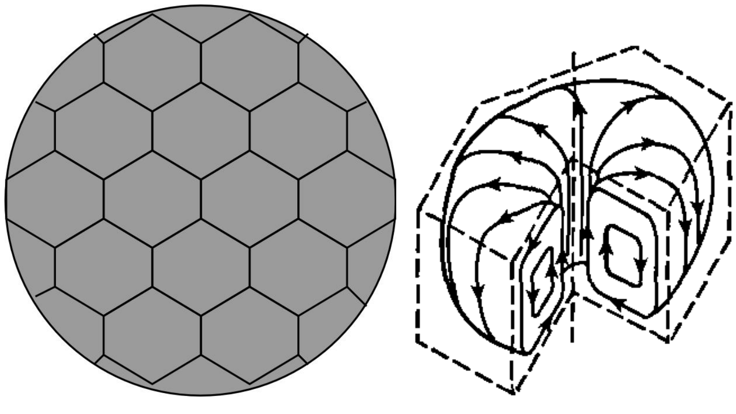
Значения величин c и n в этом уравнении также зависят от произведения чисел $Gr \cdot Pr$:

$Gr \cdot Pr$	c	n
$10^3 ... 10^6$	0.105	0.3
$10^6 ... 10^{10}$	0.4	0.2
$< 10^3$	1	0

При $Gr \cdot Pr < 10^3$ конвекция отсутствует, и теплота передаётся только теплопроводностью.

В уравнении (3) за определяющую выбрана средняя температура теплоносителя, равная полусумме температур стенок, а за определяющий размер - толщина прослойки δ.

В **замкнутой горизонтальной прослойке** теплоотдача от нагретой поверхности также осуществляется за счёт циркуляции теплоносителя между горячей и холодной стенкой и может быть описана тем же соотношением (3), однако течение при этом носит более сложный характер.



Простым примером физической реализации таких условий является нагрев толстого слоя масла на сковороде. В этом случае горячая поверхность сковороды будет являться одной стенкой, а слой воздуха на поверхности масла – второй – холодной стенкой. При достижении сковородой определённой температуры в слое масла начинает развиваться свободноконвективное течение, которое реализуется в виде так называемых **ячеек Бенара**.

Принцип, по которому образуется именно такая конфигурация, размеры и количество ячеек, до сих пор является научной проблемой, разрешение которой может стать основой для построения новой науки, объясняющей самоорганизацию материи и образование сложных структур в состоянии далёком от равновесия.

Опытное изучение теплоотдачи в открытом зазоре при свободном движении воздуха между вертикальными стенками, имеющими одинаковую температуру, показало, что существует критическая величина зазора, при которой теплообмен достигает наибольшей интенсивности. При зазорах меньше критического интенсивность теплообмена резко ухудшается, а при зазорах больше критического - остается практически неизменной. При теплоотдаче в воздухе **критическая величина зазора** определяется из равенства:

$$Gr_{max}\frac{\delta}{2h}=20\,, \tag{4}$$

где: δ - расстояние между стенками, h - высота стенки.

При подсчёте числа Gr_{max} за определяющий размер принята половина расстояния между стенками $\delta/2$.

С физической точки зрения максимальная интенсивность теплообмена достигается при условиях, когда толщина пристенного слоя становится равной половине расстояния между стенками.

Теплоотдача в зазоре протекает более интенсивно, чем при свободном движении около одиночной пластины. При расстояниях между вертикальными стенками, близких к критическим:

$$10 < Gr\frac{\delta}{2h} < 100\,, \tag{5}$$

опытные данные по теплоотдаче удовлетворительно описываются уравнением:

$$Nu = 0.65\left(Gr\cdot Pr\frac{\delta}{2h}\right)^{0.25} \tag{6}$$

При подсчете числа Gr за определяющий размер также принята половина расстояния между стенками $\delta/2$.

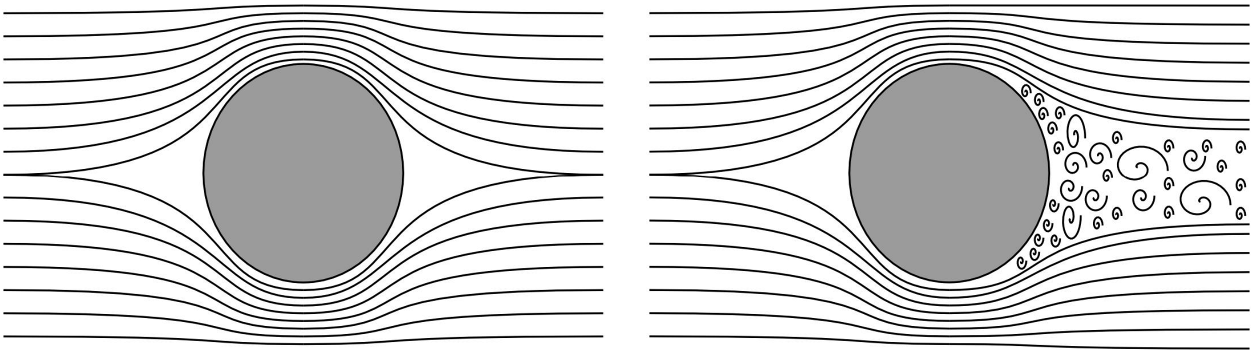
3. ВЫНУЖДЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ (ГАЗА). ПОНЯТИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ.

Краткая история возникновения теории пограничного слоя. Дифференциальные уравнения движения вязкой жидкости и уравнение энергии были получены в середине XIX века. До начала XX в. теоретическое решение многих практически важных задач теплообмена и гидродинамики было затруднительно. Это объясняется тем, что аналитическое решение полных уравнений движения невозможно, а численное решение требует применения мощных компьютеров.

В XIX веке были решены лишь некоторые частные задачи, в которых **полагались равными нулю конвективные производные** (инерционные силы) в уравнениях Навье-Стокса. Одной из таких задач является **задача определения гидравлического сопротивления при развитом ламинарном течении жидкости в трубе**.

Вместе с тем в XIX веке были достигнуты большие успехи в изучении движения идеальной (лишенной свойства вязкости) жидкости. С помощью уравнений Эйлера можно рассчитать поле скорости в окрестности обтекаемого тела и определить силы давления на поверхность тела.

Однако теория движения идеальной жидкости не объясняла причину возникновения вихрей в кормовой части плохо обтекаемых тел. В случае поперечного обтекания цилиндра она приводила к **парадоксу Даламбера**: ввиду симметричного распределения давления по окружности цилиндра сила сопротивления равна нулю.



В 1904 году немецкий ученый Л. Прандтль опубликовал работу **«О движении жидкости при очень малом трении»,** в которой обратил внимание на то, что при обтекании твердого тела влияние сил вязкости может быть существенным только в области тонкого пограничного слоя, а за его пределами им можно пренебречь.

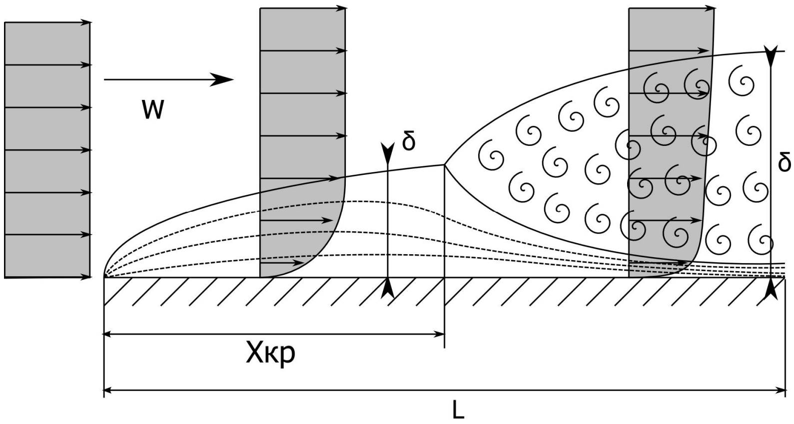
Другими словами, весь поток жидкости он разбил на две части: **внешний поток** и **пограничный слой**. Для внешнего потока справедлива теория движения идеальной жидкости (т.е. справедливы уравнения Эйлера). Для пограничного слоя справедливы уравнения Навье-Стокса, причем посредством такого допущения, как малая толщина пограничного слоя

$$\delta/L \ll 1,$$

эти уравнения удалось существенно упростить.

Таким образом, были заложены **основы теории пограничного слоя**, которая сыграла большую роль в изучении процессов тепломассообмена. Достижения в развитии авиации и ракетно-космической техники неразрывно связаны с успехами в решении проблем теории пограничного слоя.

При обтекании твердого тела потоком жидкости или газа вблизи поверхности благодаря силам вязкости происходит резкое уменьшение скорости, и на поверхности тела она становится равной нулю. Слой жидкости, в котором скорость движения изменяется наиболее существенно, называется **динамическим пограничным слоем**.



Теоретически изменение скорости может наблюдаться на большом расстоянии от поверхности, но вдали от тела скорость изменяется несущественно. Толщиной динамического пограничного слоя δ условились считать расстояние от твердой стенки до поверхности, где скорость составляет 99% от скорости невозмущенного потока.

Толщина динамического пограничного слоя зависит от вязкости и скорости потока, а также от положения рассматриваемого сечения на поверхности: чем меньше вязкость жидкости и больше ее скорость, чем меньше расстояние рассматриваемого сечения от начала формирования пограничного слоя, тем тоньше пограничный слой.

Дифференциальные уравнения динамического пограничного слоя получаются на основе дифференциальных уравнений движения и неразрывности. Рассмотрим вывод уравнений для двумерного стационарного течения вдоль оси x. Влиянием массовых сил пренебрегаем.

Выпишем исходные уравнения Навье - Стокса в безразмерном виде, введя характерные масштабные множители:

$$\overline{w}_x = w_x / w_{x0};\quad \overline{w}_y = w_y / w_{x0};\quad \overline{x} = x/L;\quad \overline{y} = y/L;\quad \overline{p} = p/\left(\rho w_{x0}^2\right).$$

$$\frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial \overline{y}} = 0;$$

$$\overline{w}_x \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{x}} + \overline{w}_y \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \overline{w}_x}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{w}_x}{\partial \overline{y}^2}\right) - \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}} \qquad (7)$$

$$\overline{w}_x \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial \overline{x}} + \overline{w}_y \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial \overline{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \overline{w}_y}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{w}_y}{\partial \overline{y}^2}\right) - \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{y}}$$

Проведём оценку порядка величин входящих в уравнения (7).

Сущность оценки порядка величины можно понять на следующем примере. Если какая-то величина z меняется в диапазоне от 0 до z_0, то мы говорим, что это величина порядка z_0, а безразмерная величина $\overline{z} = z/z_0$ будет иметь порядок 1.

В нашем случае в пограничном слое скорость w_x меняется от 0 до w_{x0}, значит $\overline{w}_x$ имеет порядок 1, x меняется от 0 до L, значит $\overline{x}$ имеет порядок 1.

В пределах пограничного слоя y меняется от 0 до δ, значит y имеет порядок δ, а $\overline{y}$ величина порядка $\overline{\delta} = \delta/L << 1$.

Оценка для всех членов уравнений (7) выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial \overline{y}} = 0;$$

$$\frac{1}{1} = 1 \qquad \frac{\overline{\delta}}{\overline{\delta}} = 1 \quad \boxed{\overline{w}_y \sim \overline{\delta}}$$

$$\overline{w}_x \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{x}} + \overline{w}_y \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \overline{w}_x}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{w}_x}{\partial \overline{y}^2}\right) - \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}} \tag{8}$$

$$1\frac{1}{1} = 1 \qquad \overline{\delta}\frac{1}{\overline{\delta}} = 1 \qquad \overline{\delta}^2 \left(\frac{1}{1^2} = 1 \qquad \frac{1}{\overline{\delta}^2}\right) \qquad 1 \quad \boxed{\mathrm{Re} \sim \frac{1}{\overline{\delta}^2};\ \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}} = -\rho \overline{w}_x \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{x}}}$$

$$\overline{w}_x \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial \overline{x}} + \overline{w}_y \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial \overline{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \overline{w}_y}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{w}_y}{\partial \overline{y}^2}\right) - \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{y}} \tag{9}$$

$$1\frac{\overline{\delta}}{1} = \overline{\delta} \qquad \overline{\delta}\frac{\overline{\delta}}{\overline{\delta}} = \overline{\delta} \qquad \overline{\delta}^2 \left(\frac{\overline{\delta}}{1^2} = \overline{\delta} \qquad \frac{\overline{\delta}}{\overline{\delta}^2} = \overline{\delta}\right) \quad \overline{\delta} \quad \boxed{\frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{y}} = \overline{\delta}}$$

В пределе при $\overline{\delta} \to 0$ получим систему дифференциальных уравнений динамического пограничного слоя:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial \overline{y}} = 0; \\ &\overline{w}_x \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{x}} + \overline{w}_y \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial \overline{y}} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\partial^2 \overline{w}_x}{\partial \overline{y}^2} - \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{x}};\quad \frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{y}} = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

Или в размерном виде:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0 \\ &w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} - \frac{dP}{dx} \\ &P(y) = \mathrm{const} \end{aligned}} \tag{11}$$

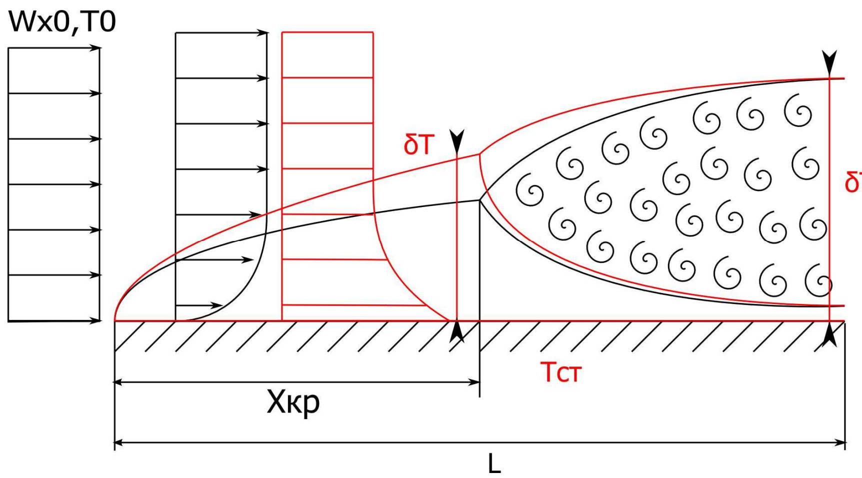
Как следует из вывода, уравнения пограничного слоя строго справедливы только при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} \to \infty$, при этом по толщине пограничного слоя давление не изменяется, а поперечная скорость потока w_y пропорциональна толщине пограничного слоя и может быть выражена следующим образом:

$$w_y \sim \frac{w_{x0}\delta}{L} \tag{12}$$

Из оценки величины числа Рейнольдса можно получить выражение для оценки толщины динамического пограничного слоя:

$$\overline{\delta} \sim \frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}}} \Rightarrow \boxed{\delta \sim \frac{L}{\sqrt{\mathrm{Re}}}} \tag{13}$$

Существует также понятие **теплового пограничного слоя** – это область течения вблизи обтекаемой поверхности, в которой температура потока изменяется от температуры стенки до температуры внешнего течения.



Дифференциальное уравнения теплового пограничного слоя можно получить тем же методом оценки порядка величин и для рассматриваемого случая оно выглядит следующим образом:

$$\bar{w}_x \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{w}_y \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2}; \quad \boxed{Re \cdot Pr \sim \frac{1}{\bar{\delta}^2}},$$

$$\boxed{w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}} \tag{14}$$

при этом уравнение теплового пограничного слоя существует при $Re \cdot Pr \to \infty$.

Из оценки величины числа Пекле можно получить выражение для оценки толщины теплового пограничного слоя:

$$\boxed{\delta_T \sim \frac{L}{\sqrt{Re \cdot Pr}}} \tag{15}$$

При течении жидкости без градиента давления и $Pr = 1$ безразмерная форма уравнений движения (11) и энергии (14) полностью совпадают, а значит, совпадают и их решения. С точки зрения теории пограничного слоя это означает, что тепловой и динамический пограничные слои будут иметь одинаковую толщину по всей дине пластины.

$$\delta_T = \delta \tag{16}$$

При $Pr < 1$ тепловой пограничный слой будет больше динамического $\delta_T > \delta$, при $Pr > 1$ наоборот меньше $\delta_T < \delta$.